

СИСТЕМЫ ОБРАБОТКИ

МЕДИАДААННЫХ

ВЫДЕЛЕНИЕ КОНТУРОВ НА ИЗОБРАЖЕНИИ

д.т.н. Вашкевич М. И.

vashkevich@bsuir.by



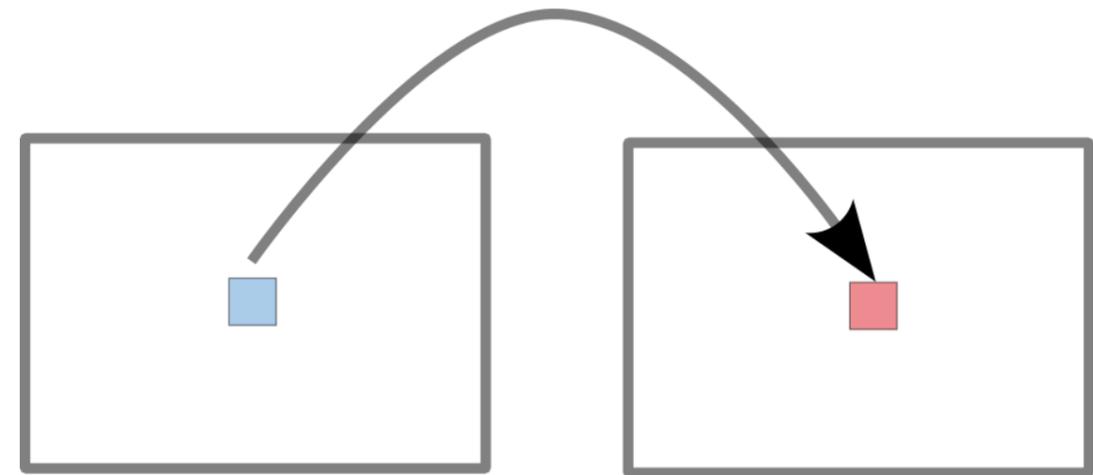
Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники

Кафедра электронных вычислительных средств

Типы операций обработки изображений

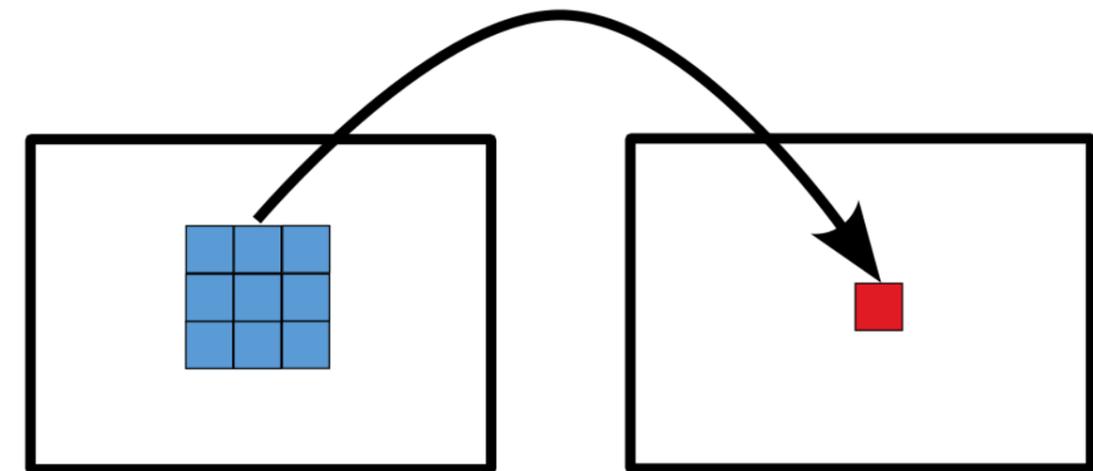
Точечные операции

Выходное значение в точке (x, y) зависит только от входного значения в точке (x, y) .



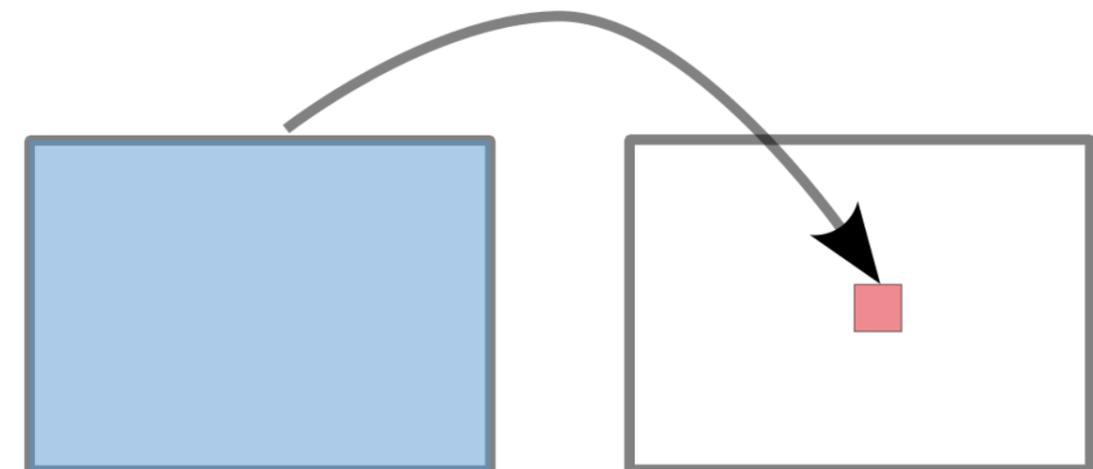
Окрестностная обработка

Выходное значение в точке (x, y) зависит от входных значений в окрестности точки (x, y) .



Глобальные операции

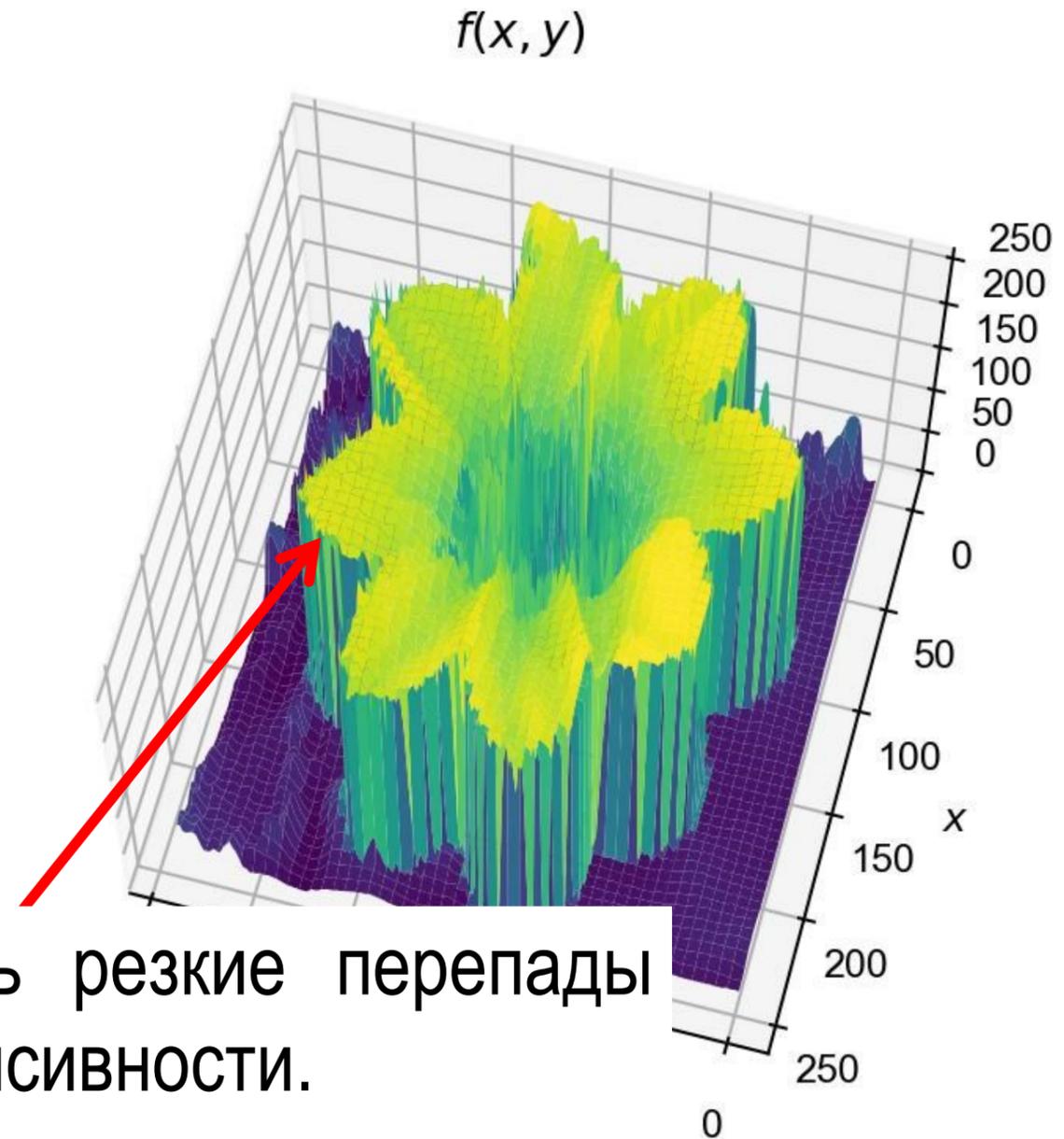
Выходное значение в точке (x, y) зависит от всех значений во входном изображении.



Что называется контуром (edge) на изображении?



Изображение в градациях серого



Выделение контуров

Каким образом можно выделить (детектировать) контуры на изображении (т.е. разрывы функции)?

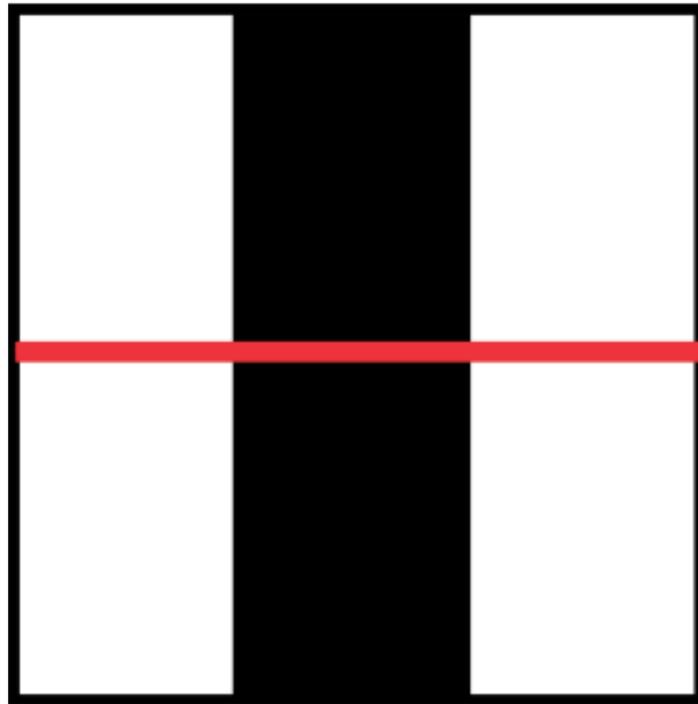
Выделение контуров

Каким образом можно выделить (детектировать) контуры на изображении (т.е. разрывы функции)?

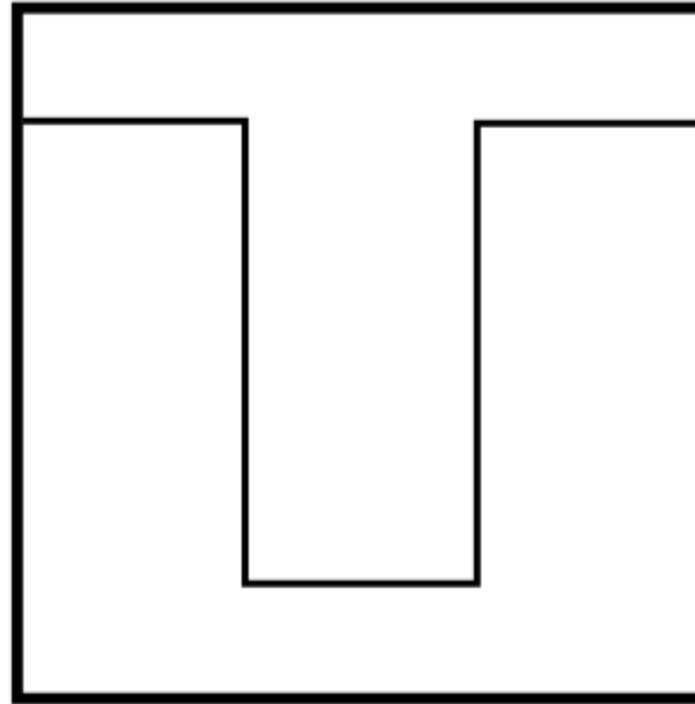
➤ Нужно использовать производные: производные принимают большие значения в точках разрыва.

Контурь и производные

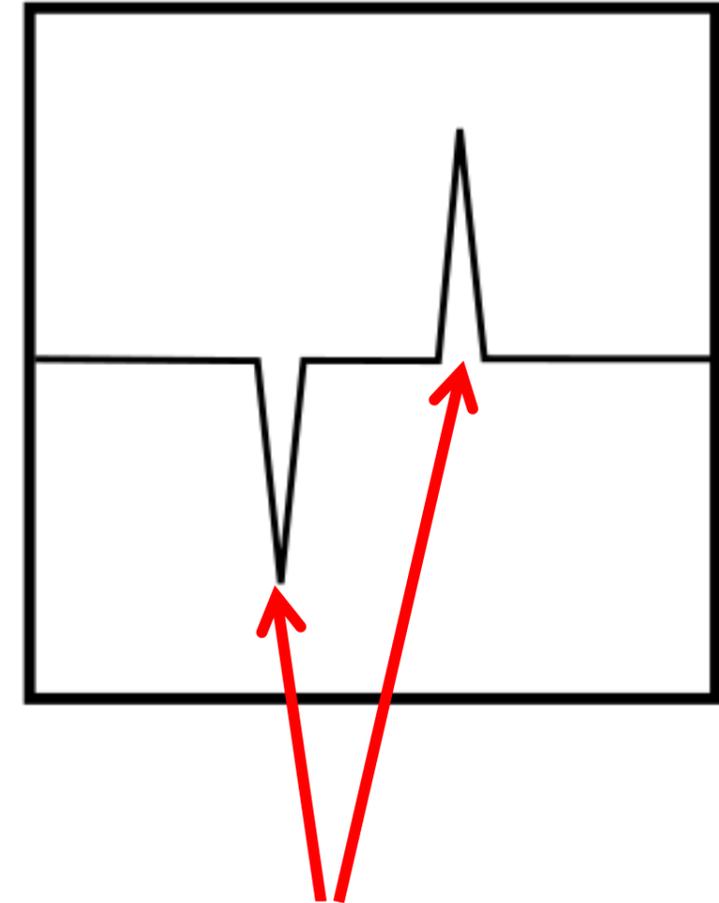
Изображение



Интенсивность вдоль горизонтальной линии



Первая производная



Контурь соответствуют локальным экстремумам производной.

Конечные разности

По определению производная – это предел отношения приращения функции (используя правую разность):

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Альтернативное определение, использующее центральную разность:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+0,5h) - f(x-0,5h)}{h}.$$

В случае дискретных функций: предел убирают и устанавливают $h = 2$:

$$f'(x) = \frac{f(x+1) - f(x-1)}{2}.$$

Конечные разности

$$f'(x) = f(x + 1) - f(x - 1) = f * h,$$

где $h = [1, 0, -1]$.

Дискретную производную можно вычислить, как свертку сигнала с фильтром

1	0	-1
---	---	----

Частые производные (правые конечные разности)

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x}$$

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial y}$$



1
-1



1	-1
---	----

Градиент изображения

➤ Градиент изображения $\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right]$

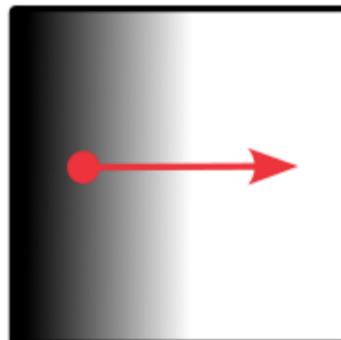
Градиент изображения

- Градиент изображения $\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right]$
- Градиент показывает направление наиболее крутого подъема:

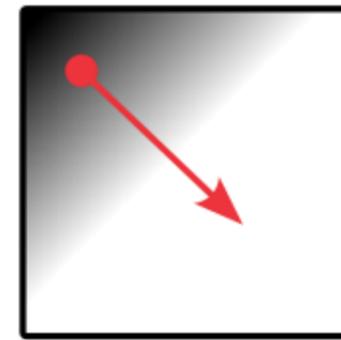
$$\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, 0 \right]$$



$$\nabla f = \left[0, \frac{\partial f}{\partial y} \right]$$



$$\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right]$$



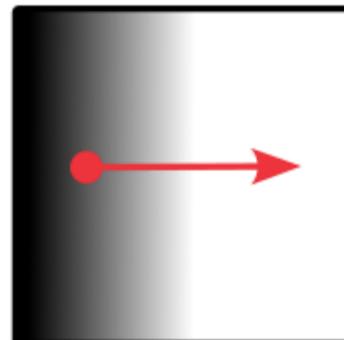
Градиент изображения

- Градиент изображения $\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right]$
- Градиент показывает направление наиболее крутого подъема:

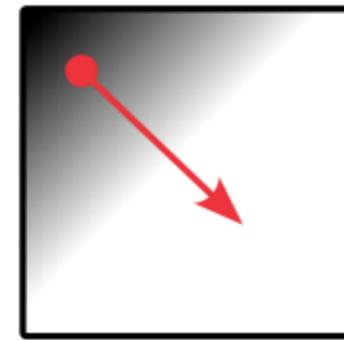
$$\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, 0 \right]$$



$$\nabla f = \left[0, \frac{\partial f}{\partial y} \right]$$



$$\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right]$$



- **Направление градиента** (перпендикулярное к границе) определяется:

$$\theta = \operatorname{arctg} \left(\frac{\partial f}{\partial x} / \frac{\partial f}{\partial y} \right)$$

Градиент изображения

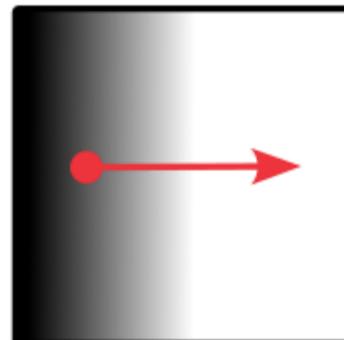
➤ Градиент изображения $\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right]$

➤ Градиент показывает направление наиболее крутого подъема:

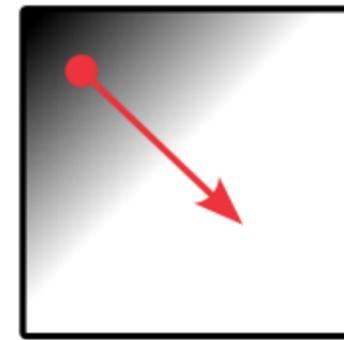
$$\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, 0 \right]$$



$$\nabla f = \left[0, \frac{\partial f}{\partial y} \right]$$



$$\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right]$$



➤ **Направление градиента** (перпендикулярное к границе) определяется:

$$\theta = \text{arctg} \left(\frac{\partial f}{\partial x} / \frac{\partial f}{\partial y} \right)$$

➤ **Модуль градиента**

$$\|\nabla f\| = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2}$$

Модуль градиента

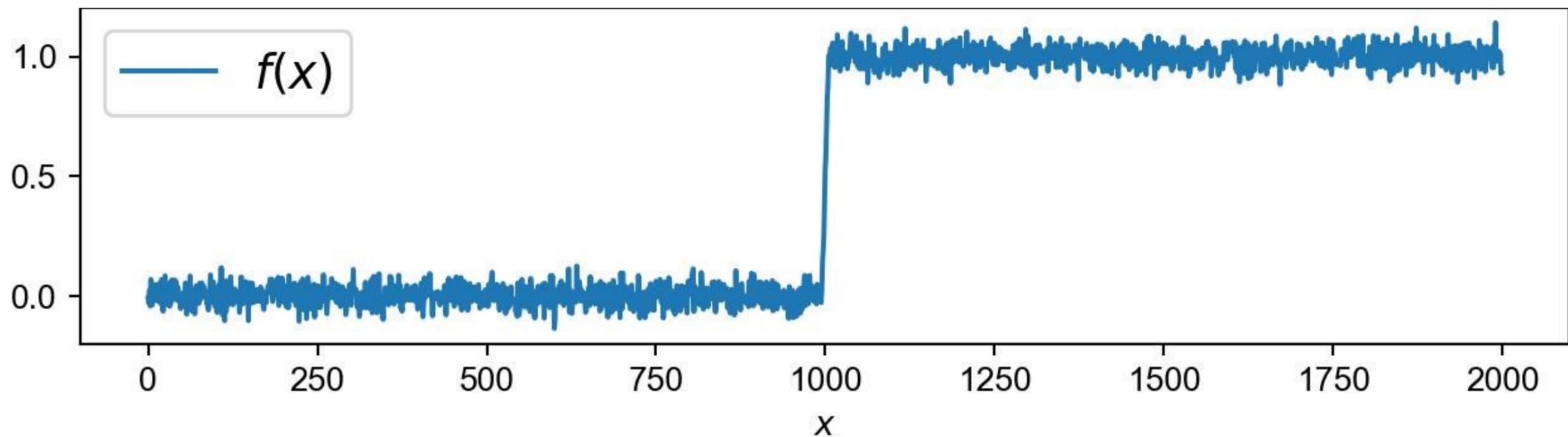
$$\|\nabla f\| = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}.$$

Эта величина равна значению скорости изменения функции f в направлении вектора градиента. $\|\nabla f\|$ – представляет собой изображение того же размера, что и исходное изображение f .

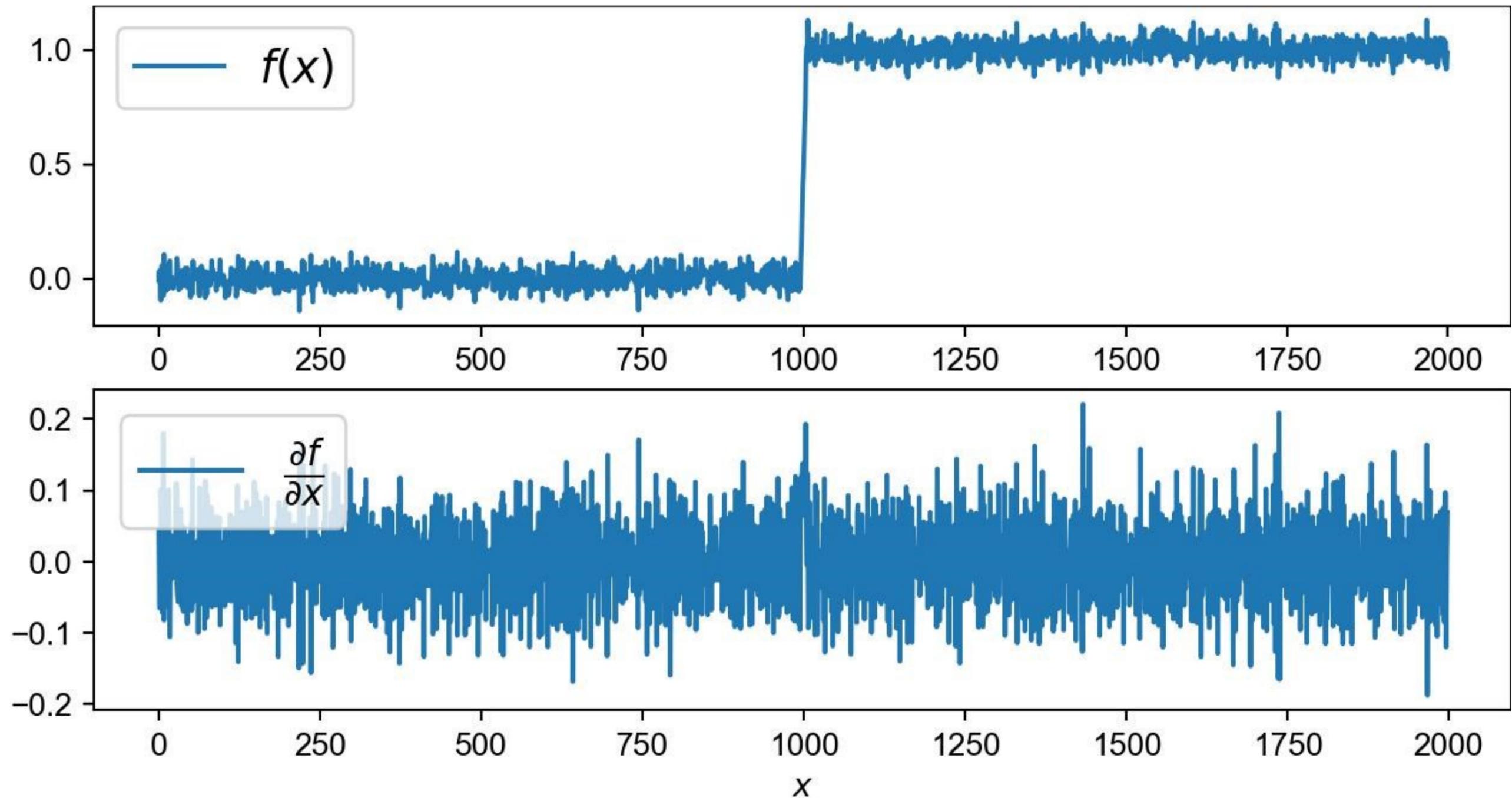
Изображение $\|\nabla f\|$ часто (хотя и не вполне правильно) называют изображением градиента или просто градиентом.

Эффект шума

Как найти контур (границу) для такого сигнала?



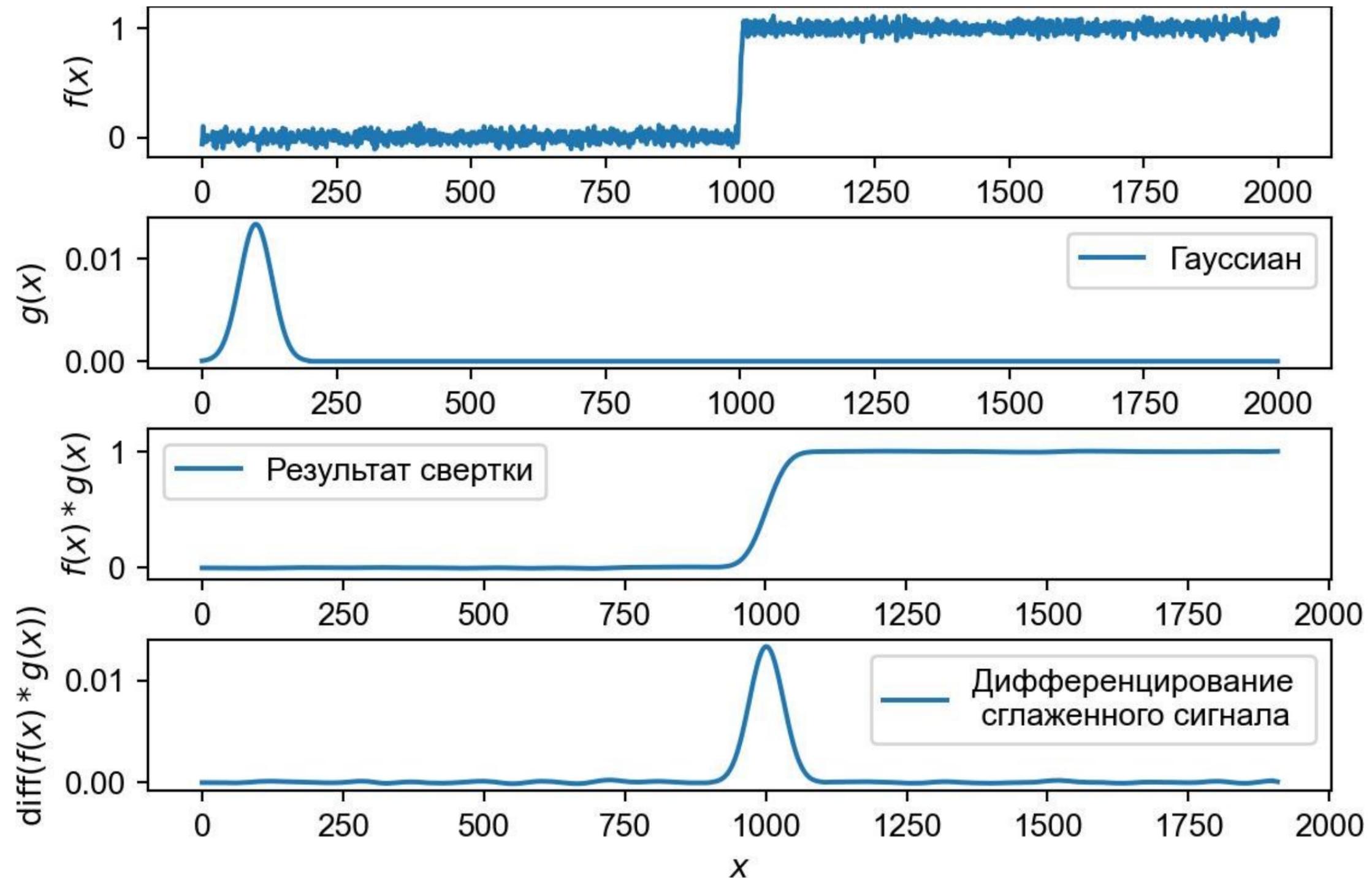
Эффект шума



Что пошло не так?

Эффект шума

- Оператор производной очень чувствителен к шуму.
- Перед использованием производной нужно «сгладить» сигнал.



Эффект шума: ВЫВОДЫ

Важно помнить, что даже небольшой шум может оказывать значительное воздействие на первую и вторую производные, применяемые для обнаружения перепадов на изображениях. В частности, в практических задачах, где возможно появление заметного шума, целесообразно рассмотреть вопрос о сглаживании изображения перед вычислением производных.

Фильтр Собеля

1	0	-1
2	0	-2
1	0	-1

Фильтр Собеля

=

1
2
1

Что делает
этот фильтр?

×

1	0	-1
---	---	----

1D конечная
разность

Фильтр Собеля

1	0	-1
2	0	-2
1	0	-1

Фильтр Собеля

=

1
2
1

Размытие

×

1	0	-1
---	---	----

1D конечная
разность

При обработке изображения данный фильтр будет отвечать за выделение вертикальных или горизонтальных линий?

Фильтр Собеля

Горизонтальный фильтр Собеля:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Как будет выглядеть вертикальный фильтр?

Фильтр Собеля

Горизонтальный фильтр Собеля:

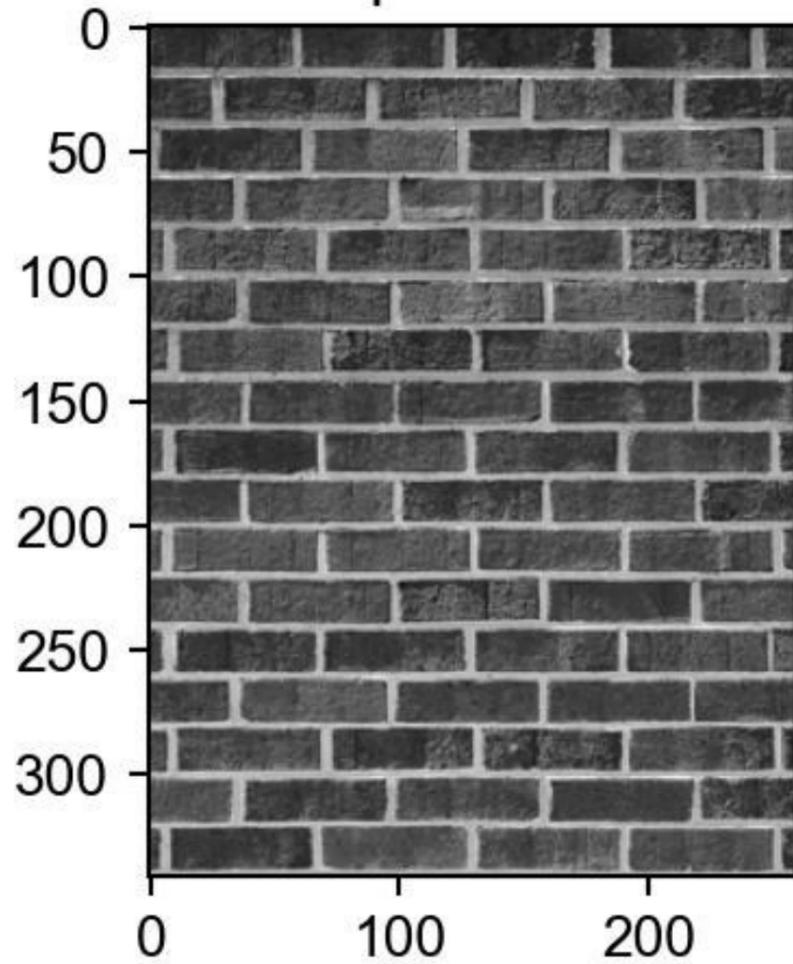
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Вертикальный фильтр Собеля

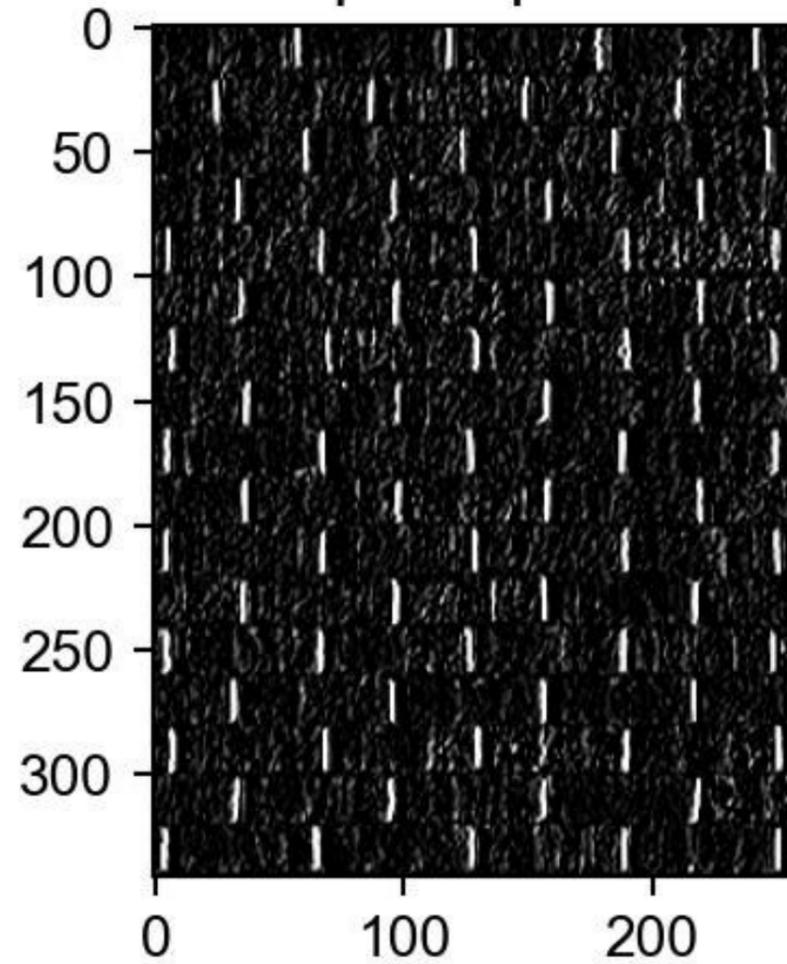
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Фильтр Собеля: пример

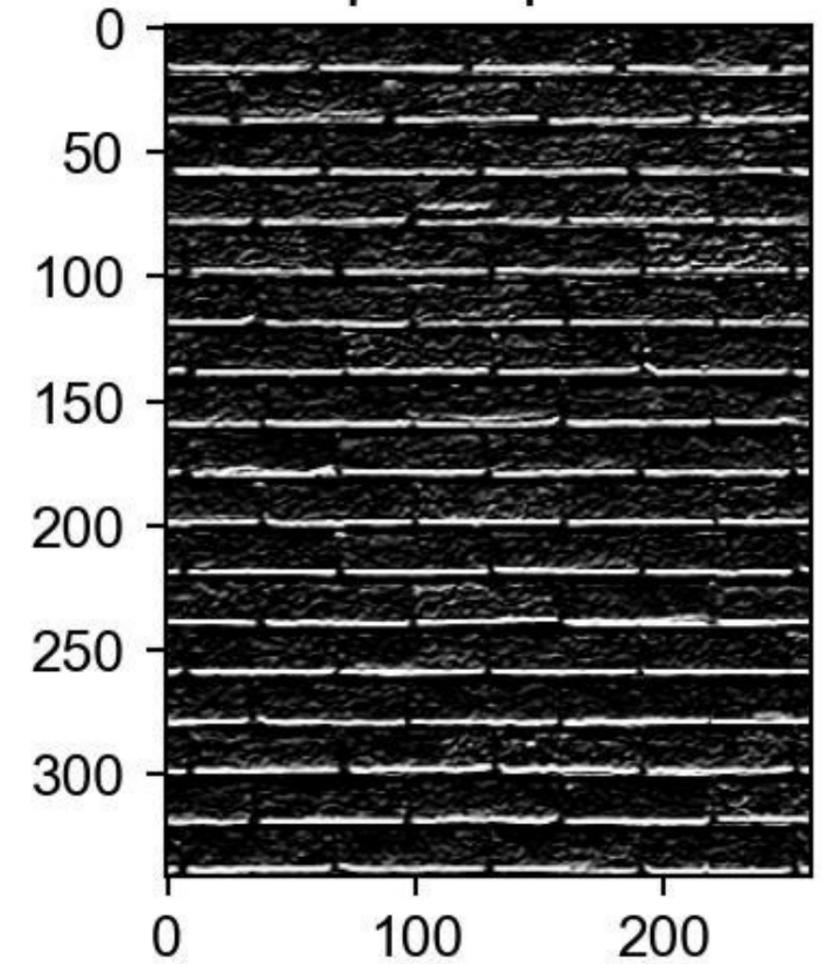
Оригинал



Какой фильтр Собеля?

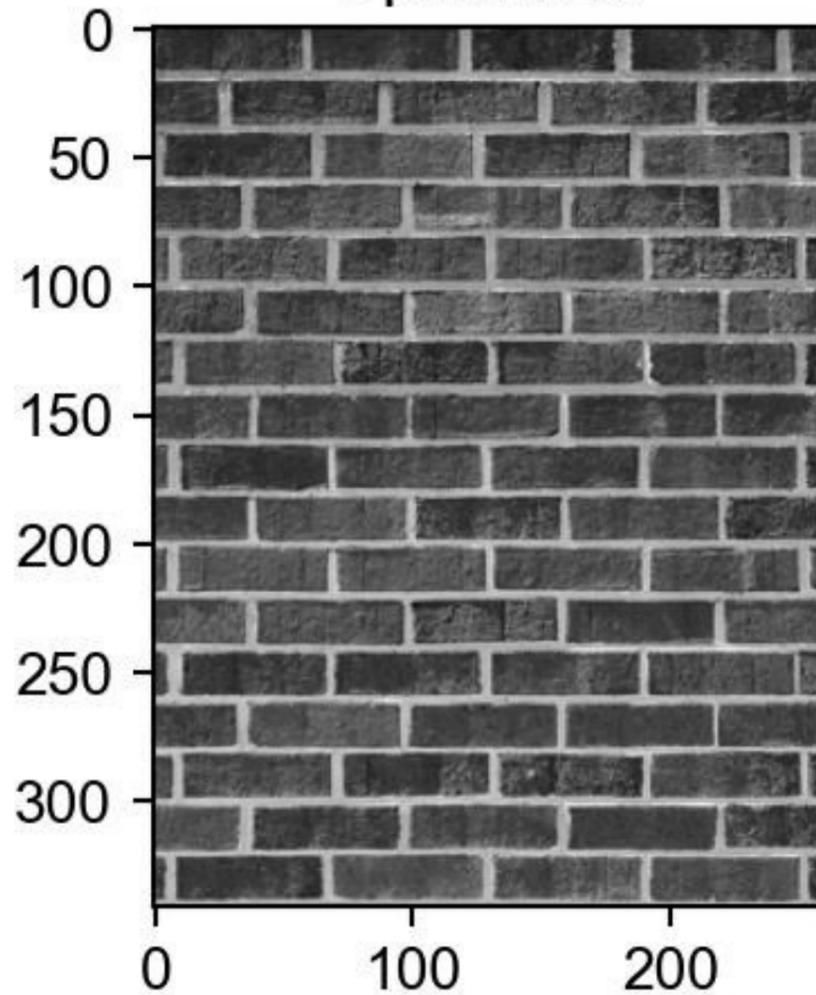


Какой фильтр Собеля?

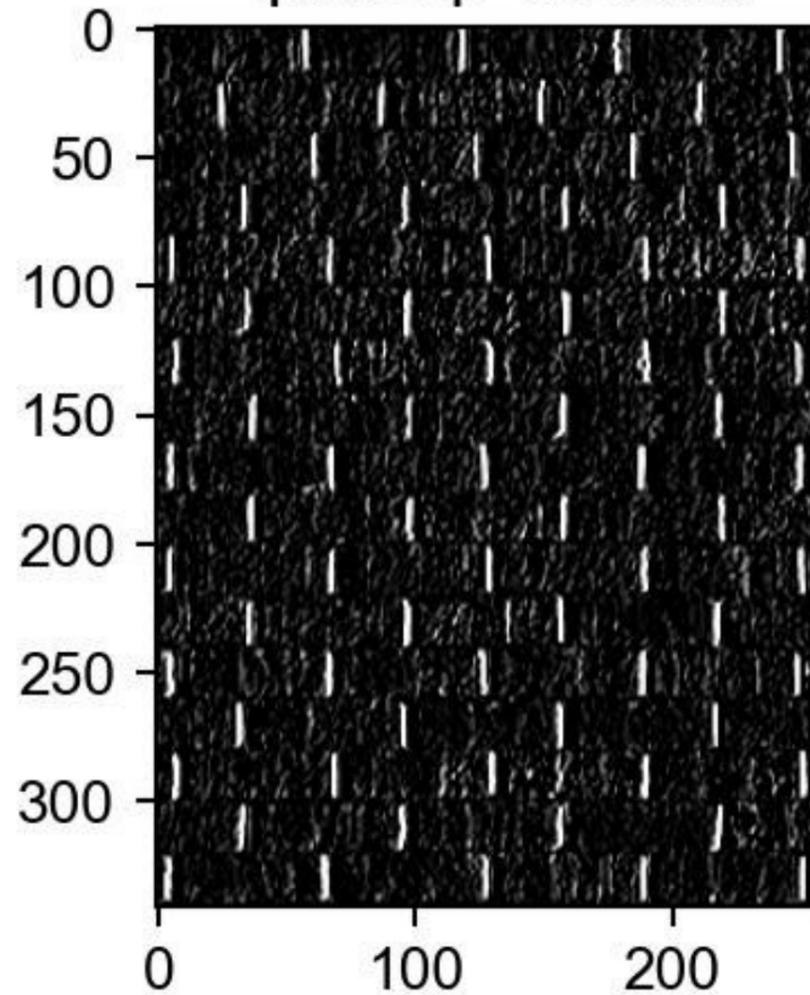


Фильтр Собеля: пример

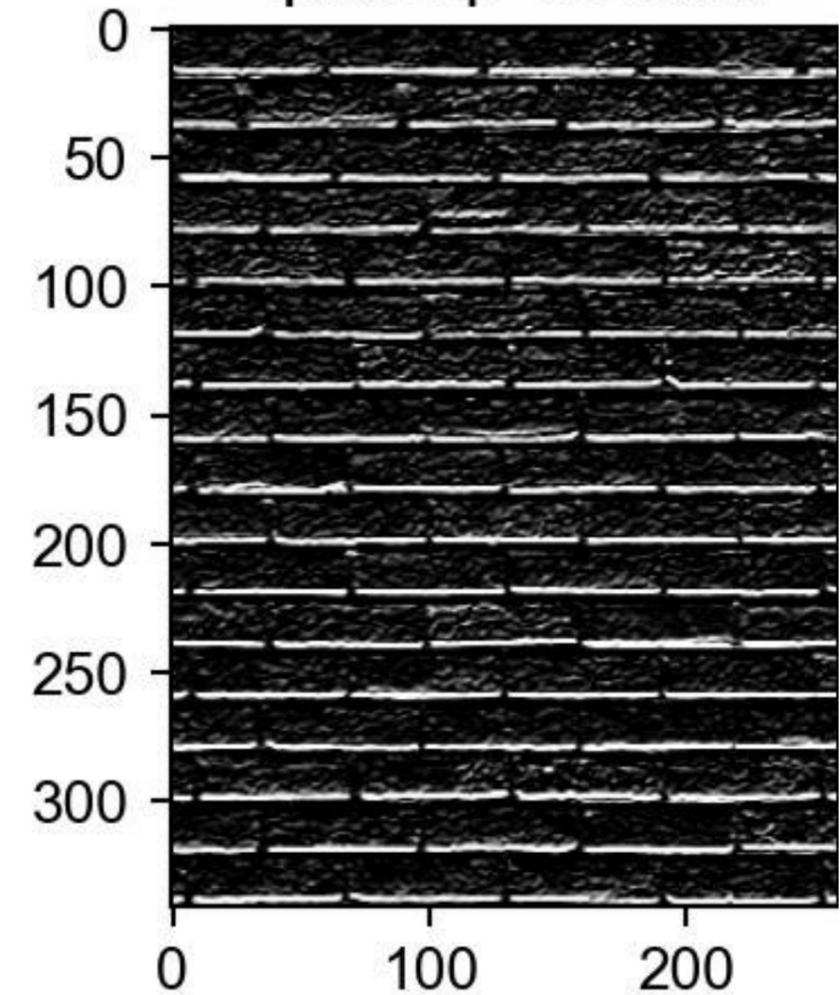
Оригинал



Горизонтальный
фильтр Собеля



Вертикальный
фильтр Собеля



Частные производные(центральные разности)

Фильтр **Собеля**

$$G_x = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad G_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Фильтр **Прюитта**

$$G_x = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}, \quad G_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = G_x * f, \quad \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = G_y * f$$

- Фильтр Прюитта проще реализовать, чем фильтр Собеля,
- Однако у фильтра Собеля влияние шума угловых элементов несколько меньше, что существенно при работе с производными.
- У всех приведенных фильтров сумма коэффициентов равна нулю, т.е. фильтры будут давать нулевой отклик для областей с постоянной интенсивностью.

Оператор Робертса

Для обнаружения перепадов (контуров), идущих в диагональных направлениях, требуется применять двумерные фильтры. Перекрестный градиентный **оператор Робертса** [1965] является одной из первых попыток применения двумерных фильтров с предпочитаемым диагональным направлением.

Фильтр Робертса

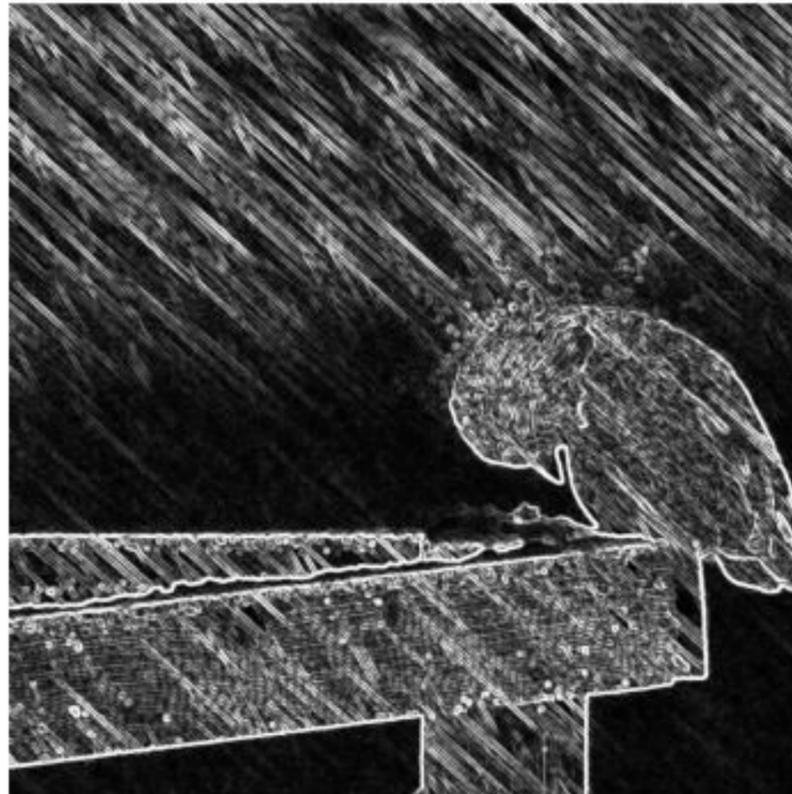
$$G_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad G_y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Оператор Робертса

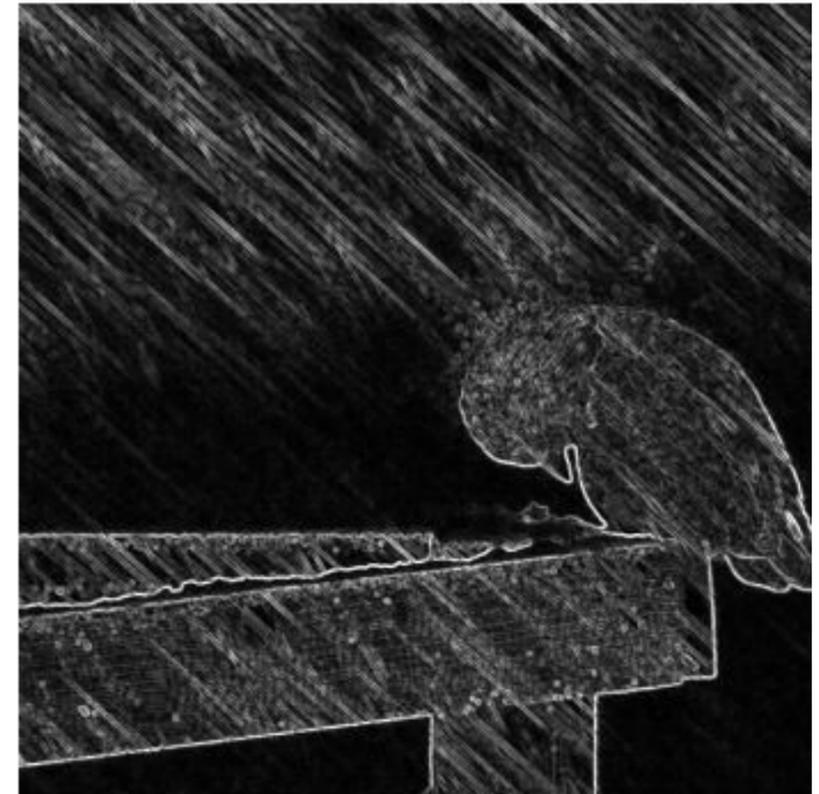
Оригинал



?



?



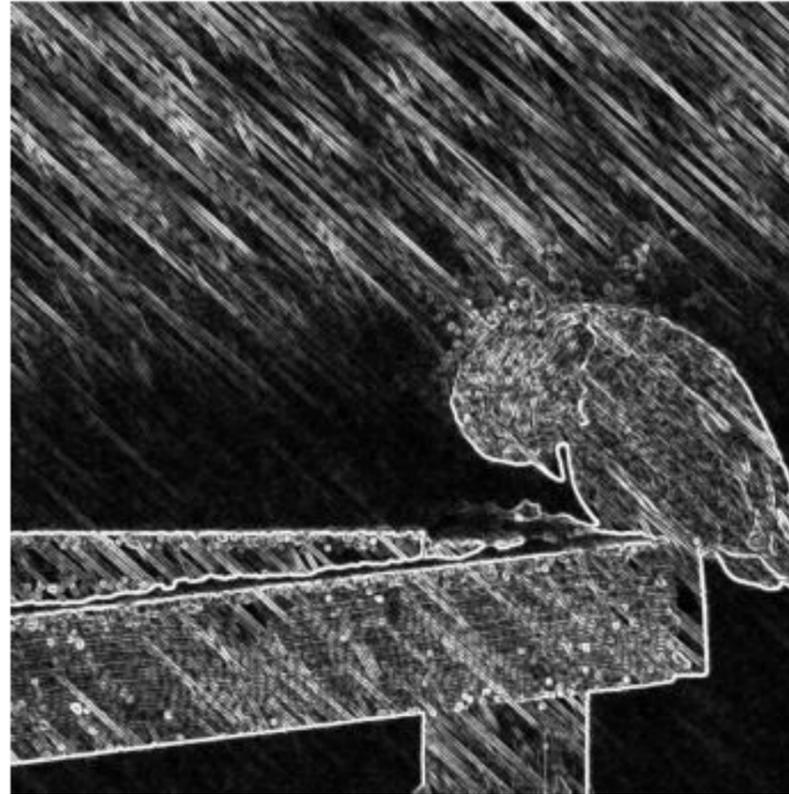
В одном случае для расчет градиента использован оператор Прюитта, а в другом случае оператор Робертса.

Оператор Робертса

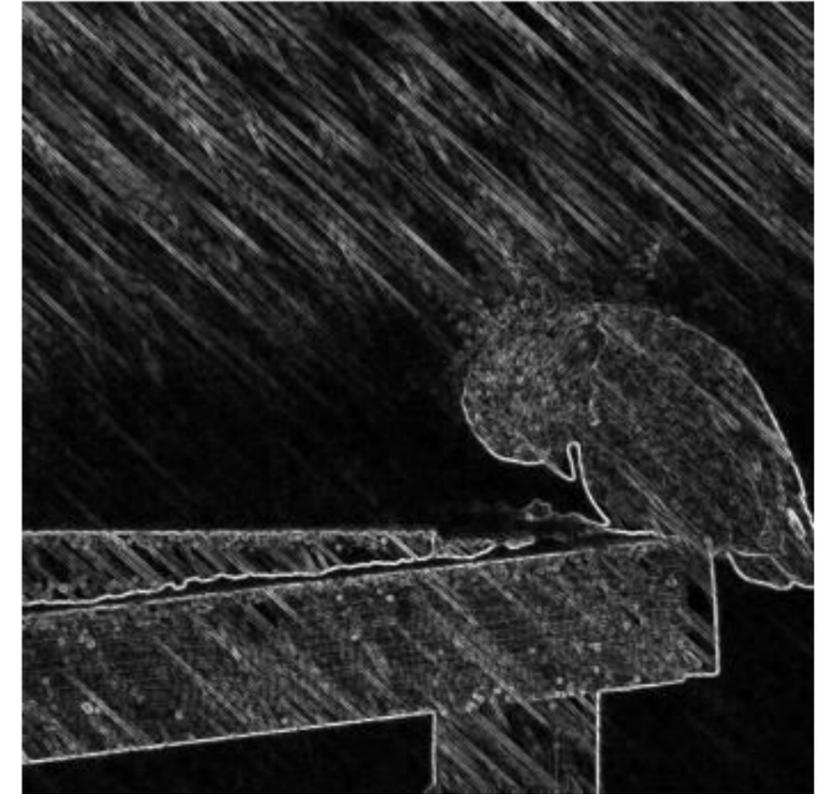
Оригинал



Оператор Прюита



Оператор Робертса



Градиент изображения: вычислительные аспекты

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = G_x * f, \quad \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = G_y * f$$

Вычисление градиента по формуле:

$$M(x, y) = \|\nabla f\| = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}$$

Требует существенных вычислительных затрат, поэтому часто используют подход, позволяющий вычислить градиент приближенно:

$$M(x, y) \approx \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right| + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|.$$

Градиент изображения: вычислительные аспекты

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = G_x * f, \quad \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = G_y * f$$

Вычисление градиента по формуле:

$$M(x, y) = \|\nabla f\| = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}$$

Требует существенных вычислительных затрат, поэтому часто используют подход, позволяющий вычислить градиент приближенно:

$$M(x, y) \approx \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right| + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|.$$

➤ Для этих же целей можно использовать более сложное, но и более точное выражение:

$$(a^2 + b^2)^{1/2} = \max(a, b) + \min(a, b)/2.$$

Обнаружение диагональных контуров

Можно изменить фильтры Собеля и Прюитта таким образом, чтобы они давали максимальный отклик для контуров, направленных диагонально.

Фильтр **Собеля**

$$G_x = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix}, \quad G_y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Фильтр **Прюитта**

$$G_x = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}, \quad G_y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

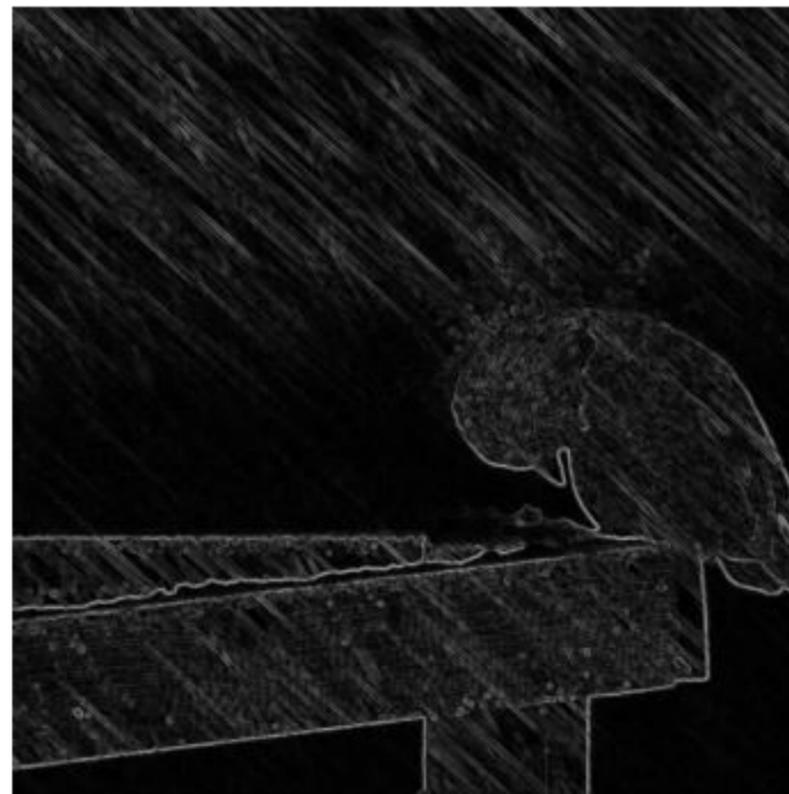
Обнаружение диагональных контуров

Пример использования операторов для обнаружения диагональных контуров

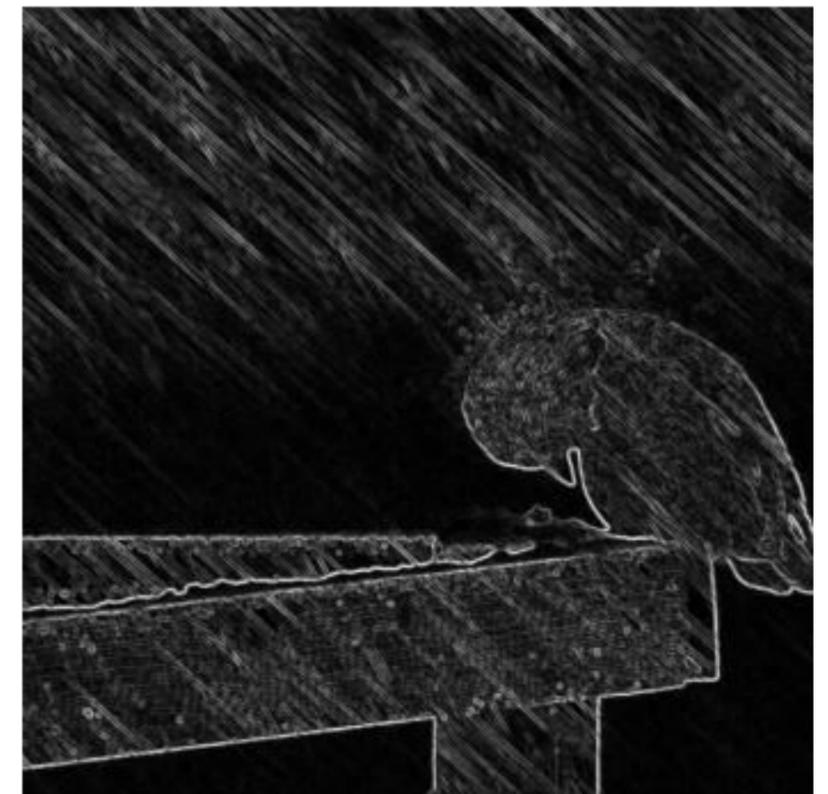
Оригинал



Оператор Прюита



Оператор Собеля



Говоря об изображениях, в которых главной является информация о перепадах яркости (как например в изображении модуля градиента), обычно используют термин «*карта перепадов*».

Детектор контуров Марра-Хилдрета

Используемый для обнаружения контуров оператор должен обладать двумя характерными свойствами:

- 1) это должен быть дифференциальный оператор, способный вычислять приближенное значение первой или второй производной в каждой точке изображения.
- 2) Он должен допускать настройку на любой желаемый масштаб, чтобы операторы большого размера можно было использовать для обнаружения размытых перепадов яркости, а операторы малого размера — для мелких деталей с высокой резкостью.

Марр и Хилдрет пришли к выводу, что самым подходящим оператором, который удовлетворяет этим условиям, является фильтр

$$\nabla^2 G(x, y),$$

где ∇^2 – оператор Лапласа, а G – двумерная гауссова функция.

Детектор контуров Марра-Хилдрета

$$G(x, y) = e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

Чтобы найти $\nabla^2 G(x, y)$ выполним дифференцирование:

$$\begin{aligned}\nabla^2 G(x, y) &= \frac{\partial^2 G(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G(x, y)}{\partial y^2} \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{-x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{-y}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \right) \\ &= \left(\frac{x^2}{\sigma^4} - \frac{1}{\sigma^2} \right) e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} + \left(\frac{y^2}{\sigma^4} - \frac{1}{\sigma^2} \right) e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}.\end{aligned}$$

Приводя все подобные члены, получим:

$$\nabla^2 G(x, y) = \left(\frac{x^2 + y^2 - 2\sigma^2}{\sigma^4} \right) e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

Эту формулу обычно называют **лапласианом гауссиана** (ЛГ).

Производная от гауссиана

Теорема о свертке: $\frac{\partial}{\partial x} (g * f) = \frac{\partial}{\partial x} (g) * f$

