

4 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4. ПОЭЛЕМЕНТНАЯ ОБРАБОТКА ИЗОБРАЖЕНИЙ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ – Изучение основных методов обработки изображений при помощи точечных операций в Python; освоение методов корректировки гистограммы изображения в Python.

4.1 Теоретические сведения

4.1.1 Преобразования яркости полутоновых изображений

Динамический диапазон изображения

Динамический диапазон изображения определяется как разница между наименьшим и наибольшим значениями пикселей в изображении. Мы можем определять функциональные преобразования (или отображения), которое позволит более эффективно использовать динамический диапазон. Эти преобразования в первую очередь применяются для улучшения контрастности (яркости) изображения.

В общем случае мы будем предполагать 8-битный (от 0 до 255) диапазон градации серого как для входных, так и для выходных изображений, но рассматриваемые методы могут быть обобщены на другие входные диапазоны и отдельные каналы из цветных изображений.

4.1.2 Преобразование яркости: общие сведения

Яркостными преобразованиями изображения $I_{input}(i, j)$ называются преобразование, описываемое формулой

$$I_{output}(i, j) = f(I_{input}(i, j)), \quad (4.1)$$

Преобразования яркости изображений относятся к точечным операциям (или к поэлементной обработке), если значение яркости пиксела после преобразования зависит от яркости одной точки (пиксела) исходного изображения и не зависит от ее местоположения. Пусть $x = I_{input}(i, j)$ это значение яркости пикселя в позиции (i, j) на исходном изображении, а $y = I_{output}(i, j)$ – это значение яркости пикселя в позиции (i, j) преобразованного изображения. Поэлементная обработка означает, что изменение яркости можно описать функцией $y = f(x)$ независимо от координат пиксела. Ниже показаны несколько примеров построения функции f для различных практических целей.

4.1.3 Яркостный срез

С помощью яркостного среза изображения можно выделить области изображения с яркостью из определенного интервала. При этом остальным областям можно присвоить черный цвет и получить бинарное изображение (рис. 4.1, а) или оставить неизменными (рис. 4.1, б). Перемещая выделенный интервал по шкале яркости и изменяя его ширину, можно детально исследовать содержание изображения.

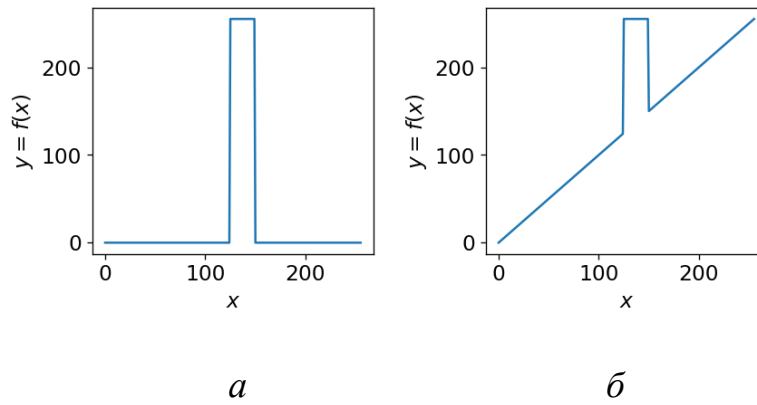


Рисунок 4.1 – Два варианта графического задания функции яркостного среза

Аналитически функция среза для первого варианта (рис. 4.1, а) задается следующим образом:

$$y = f(x) = \begin{cases} 255, & \text{если } V_{min} < x < V_{max} \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \quad (4.2)$$

4.1.4 Пилообразное контрастирование

Пилообразное контрастирование – увеличение контрастности в одном или нескольких диапазонах яркости (рис. 4.2). Оно также позволяет повысить детальность изображения в выбранном интервале яркости.

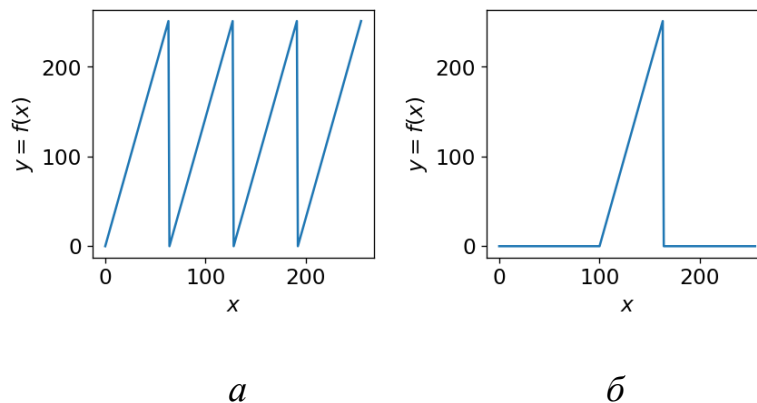


Рисунок 4.2 – Пилообразные варианты яркостного среза

4.1.5 Бинаризация изображения

Простейшим методом препарирования изображений является бинаризация. Она преобразует полутоновое изображение в бинарное (черно-белое). Преобразование имеет единственный параметр – порог V_{thr} , относительно которого яркость пикселей меняется на черную или белую (рис. 4.3). Функция бинаризации с глобальным (т. е. единым для всех пикселей) порогом имеет вид

$$y = f(x) = \begin{cases} 255, & \text{если } x > V_{thr} \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \quad (4.3)$$

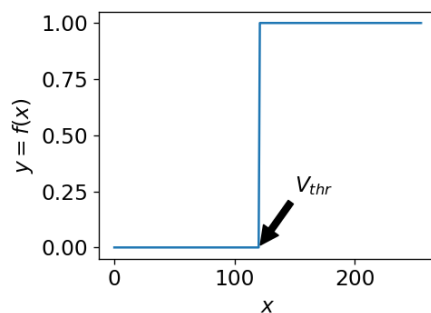


Рисунок 4.3 – Функция бинаризации с глобальным порогом

На следующем рисунке показан пример бинаризации полутонового изображения с порогом $V_{thr} = 100$.

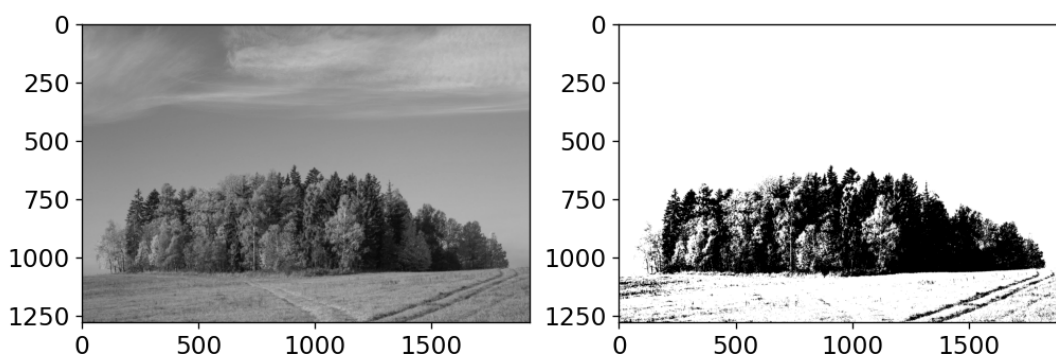


Рисунок 4 – Пример бинаризации с глобальным порогом

Наиболее простой вариант выбора порога заключается в нахождении минимального V_{min} и максимального V_{max} значений яркости изображения и вычисления среднего между ними:

$$V_{thr} = \frac{V_{max} - V_{min}}{2}. \quad (4.4)$$

4.1.6 Растяжение контрастности

Чтобы выполнить растяжение контрастности, мы должны сначала знать верхний V_{max} и нижний V_{min} пределы значений пикселей, по которым изображение должно быть нормализовано, обозначаемые. Обычно это верхний и нижний пределы используемого диапазона квантования пикселей (т.е. для 8-битного изображения $V_{max} = 255$ и $V_{min} = 0$). В простейшей форме на начальном этапе операции контрастного растяжения входное изображение сканируется для определения максимального (I_{max}) и минимального значений пикселей (I_{min}), присутствующих на изображении. На основе этих четырех значений (V_{max} , V_{min} , I_{max} и I_{min}) диапазон пикселей изображения растягивается в соответствии со следующей формулой:

$$y = f(x) = (x - I_{min}) \left(\frac{V_{max} - V_{min}}{I_{max} - I_{min}} \right) + V_{min} \quad (4.5)$$

Обратите внимание, что в соответствии с выражением (4.5) значение $f(I_{max}) = V_{max}$, а $f(I_{min}) = V_{min}$.

4.1.7 Гамма-преобразование (степенное преобразование)

Если изобразить график функции (4.5) он будет иметь линейный вид. Иногда для растяжения контрастности функция отображения $y = f(x)$ должна иметь нелинейный вид. Один из вариантов построения такой функции является использование следующей степенной функции:

$$y = f(x) = \left(\frac{x - I_{min}}{I_{max} - I_{min}} \right)^\gamma (V_{max} - V_{min}) + V_{min}, \quad (4.6)$$

где γ – задает форму кривой отображения яркости.

Если $\gamma > 1$, то яркость отображения смещается вниз в сторону менее ярких значений. Если $\gamma < 1$, то яркость отображения смещается вверх в сторону более ярких значений. При $\gamma = 1$ функция отображения яркости имеет линейный вид. На рис. 5 показаны примеры графиков степенных отображений для различных параметров γ .

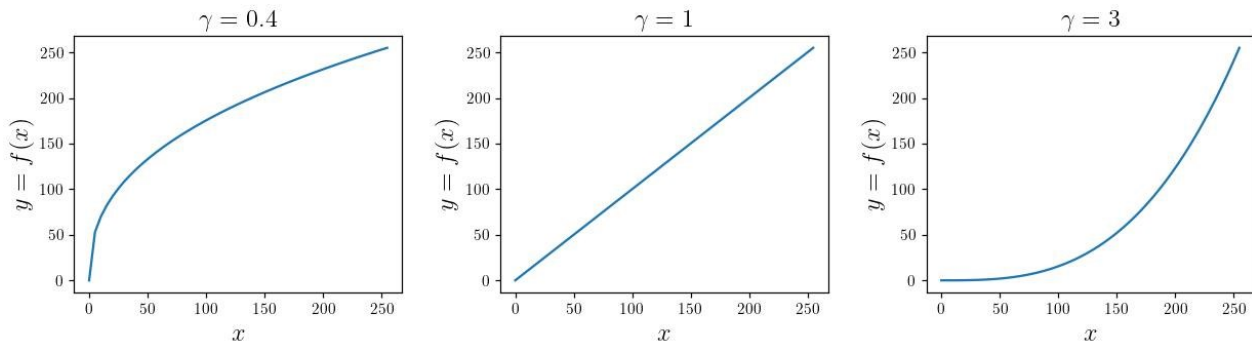


Рисунок 5 – Степенное преобразование для различных значений γ

4.1.8 Степенное преобразование с ограничением входного диапазона

Иногда на практике требуется выполнить степенное преобразование в определенном диапазоне яркости $[I_L, I_H]$. В этом случае все пиксели изображения, которые имеют яркость $x < I_L$ отображаются в значение $y = V_{min}$, а пиксели со значением $x > I_H$ отображаются в значение $y = V_{max}$.

Математически степенное преобразование с ограничением входного диапазона можно записать следующим образом:

$$y = f(x) = \left(\frac{\min(\max(x, I_L), I_H) - I_L}{I_H - I_L} \right)^\gamma (V_{max} - V_{min}) + V_{min}, \quad (4.7)$$

На рис. 6 показаны примеры графиков степенных отображений с ограничением входного диапазона для различных параметров γ .

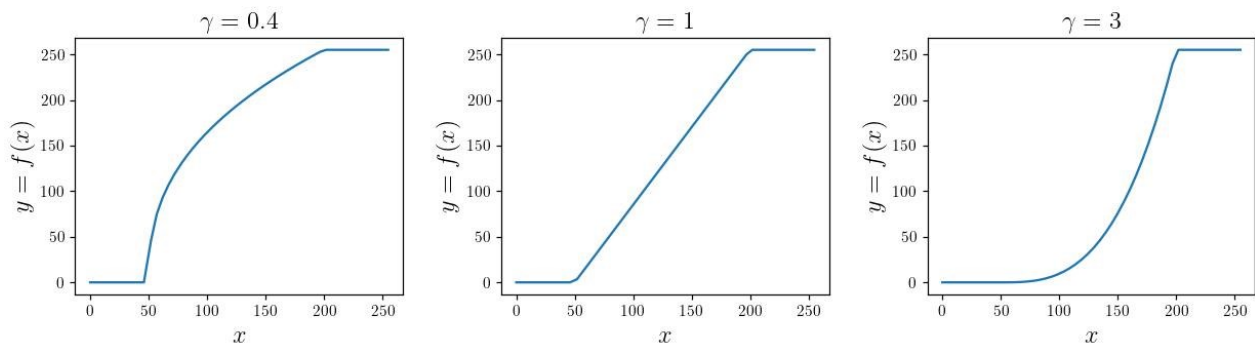


Рисунок 6 – Функции степенных преобразований для различных значений γ с ограничением входного диапазона: $I_L = 50, I_H = 200$

4.2 Обработка гистограммы изображения

4.2.1 Получение гистограммы

Гистограмма изображения – это функция, показывающая какое число раз на изображении появлялось каждое из допустимых значений пикселей. Например, если пиксель со значением 128 появлялся на изображении 5 раз, то можно сказать, что функция гистограммы для этого изображения в точке 128 будет иметь значение равное пяти: $h(128) = 5$. Если нормализовать функцию гистограммы так, чтобы общая сумма всех её значений в допустимом диапазоне аргумента была равна единице, мы можем рассматривать гистограмму изображения как *дискретную функцию вероятности*, которая определяет вероятность появления данного значения пикселя в изображении.

Формально гистограммой цифрового изображения, число уровней яркости которого лежит в диапазоне $V = [V_{min}, V_{max}]$ называют функцию вида

$$h(x_k) = n_k, \quad (4.8)$$

где $x_k \in V$ – это k -й уровень яркости, а n_k – число пикселей изображения, уровень яркости которых равен v_k . Для изображения, которые хранятся в формате uint8 значение $V_{max} = 255$, а значение $V_{min} = 0$. Общее число уровней обозначают буквой $L = V_{max} - V_{min} + 1$. Для формата данных uint8 значение $L = 256$.

Как говорилось ранее, если нормировать гистограмму (т.е. поделить каждое значение $h(x_k)$ на число пикселей изображения), то получим величину:

$$p(x_k) = \frac{h(x_k)}{M \times N} = \frac{n_k}{M \times N}, \quad (4.9)$$

где M и N – число строк и столбцов изображения.

Функция $p(x_k)$ – это вероятность появления уровня интенсивности v_k на данном изображении. Т.е. $p(v_k)$ представляет собой дискретную функцию плотности вероятности. Визуальный осмотр гистограммы изображения может выявить основной контраст, присутствующий в изображении, и любые потенциальные различия в распределении цветов компонентов сцены переднего плана и фона.

На рис. 4.7 приведен пример изображения и его гистограммы.

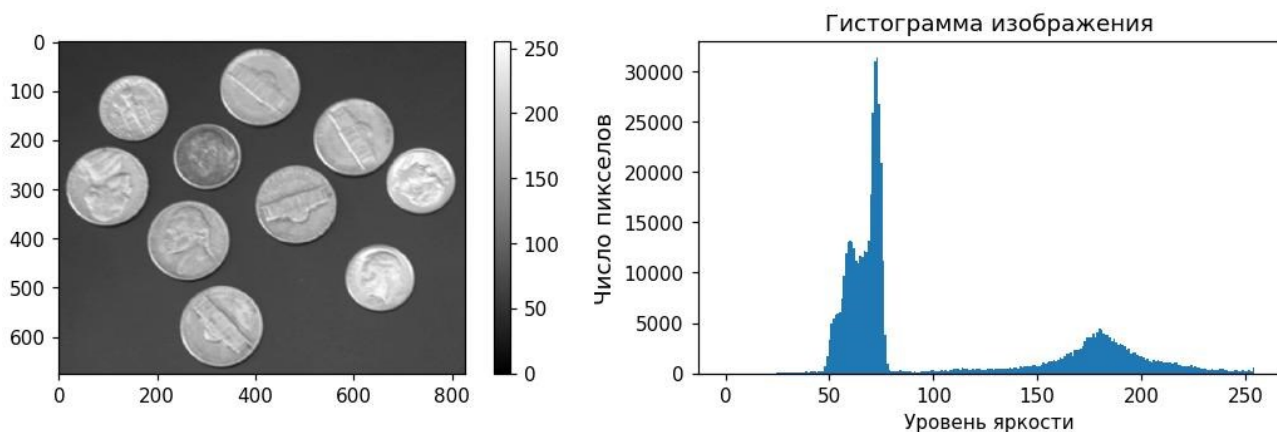


Рисунок 4.7 – Пример расчета гистограммы изображения

В данном примере мы видим график гистограммы с двумя отличительными пиками: высокий пик в нижнем диапазоне значений соответствует распределению яркости (интенсивности) фона изображения, а более низкий пик в более высоком диапазоне значений (т.е. яркие пиксели) соответствует объектам переднего плана (монетам).

4.2.2 Эквиализация гистограммы

Под эквиализацией гистограммы изображения понимают выполнения такого преобразования, в результате которого гистограмма изображения становится равномерной (приблизительно можно считать, что каждый пиксель появляется на изображении с равной вероятностью).

Рассмотрим вопрос получения такого преобразования T , после применения которого гистограмма изображения становится равномерной. Для простоты, вначале рассмотрим случай, в котором интенсивность изображения I распределена с непрерывной функцией распределения $p_I(x)$. После этого мы расширим наше описание на случай дискретных переменных.

Очевидно, что функция $T(x)$ выполняет отображение:

$$T: [0, 1] \rightarrow [0, 1].$$

В данном случае имеется в виду, что каждому пикселю x , значение которого лежит в диапазоне от 0 до 1 будет ставится пиксель с значением также в диапазоне от 0 до 1. Мы считаем, что яркость нормирована, 0 соответствует черному цвету, а 1 – белому.

Пусть $F_I(x)$ – функция распределения (*cdf* – *cumulative distribution function*) уровней яркости на изображении I . Предположим, что мы применили преобразование $T(\cdot)$ к изображению I , в этом случае мы получим новое изображение D :

$$D = T(I)$$

Функция распределения полученного изображения D будет задаваться как $F_D(x) = P(D[i, j] < x) = P(T(I[i, j]) < x) = P(I[i, j] < T^{-1}(x)) =$

$$= F_I(T^{-1}(x)).$$

Если T такое преобразование, что $T(I)$ имеет равномерное распределение, то это значит, что

$$P(T(I[i, j]) < x) = x, \quad (4.10)$$

и, следовательно,

$$F_I(T^{-1}(x)) = x. \quad (4.11)$$

Если $T = F_I$, то уравнение (4.11) будет удовлетворено. Таким образом, преобразование эквализирующее гистограмму это просто *функция распределения* данного изображения:

$$F_I(x) = \int_0^x p_I(z) dz \quad (4.12)$$

Уравнение (4.12) записано исходя из того, что яркость нормирована и лежит в диапазоне от 0 до 1.

Рассмотрим теперь дискретный случай. Число уровней яркости обозначим через L (как правило $L = 256$). Дискретные значения яркости $x_i \in [0, L - 1]$, где $i = 0, 1, \dots, L - 1$. Далее пусть $p_I(x_i)$ – это значения нормированной гистограммы исходного изображения.

Для дискретного случая дискретная функция распределения равна:

$$F_I(x_i) = \sum_{k=0}^i p_I(x_k), \quad i = 0, 1, \dots, L. \quad (4.13)$$

Чтобы из данной функции получить преобразование $T(x)$, которое выполняет эквализацию гистограммы необходимо домножить (4.13) на L , чтобы максимальное значение соответствовало L . И также требуется применить оператор округления в меньшую сторону $\lfloor a \rfloor$, что соответствует операции `floor`. Таким образом, окончательное выражение для $T(x)$ будет иметь следующий вид:

$$T(x_i) = \lfloor (L - 1) \cdot F_I(x_i) \rfloor = \left\lfloor (L - 1) \cdot \sum_{k=0}^i p_I(x_k) \right\rfloor. \quad (4.14)$$

Результат применения эквализации гистограммы показан на рис. 4.8

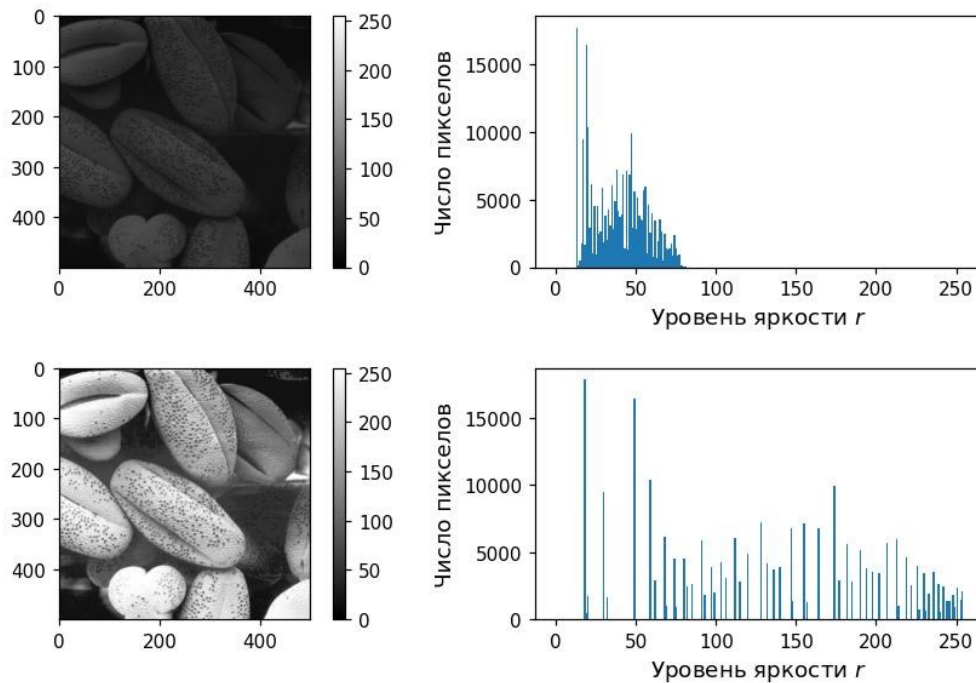


Рисунок 4.8 – Пример эквализации гистограммы

Рассмотрим пример эквализации простого изображения 4×4 , который позволит показать вычислительные аспекты данного алгоритма. Предположим, что необходимо выполнить эквализацию гистограммы монохромного изображения, представленного на рис. 4.9. Общее значение уровней яркости равно $L = 8$.

		$f(x,y)$				
		0	1	2	3	y
0		1	1	1	2	
1		2	4	3	2	
2		1	5	7	1	
3		3	2	2	1	
x						

Рисунок 4.9 – Изображения для эквализации

Вначале построим гистограмму данного изображения $h_I(x_i)$. Результат показан на следующем рисунке.

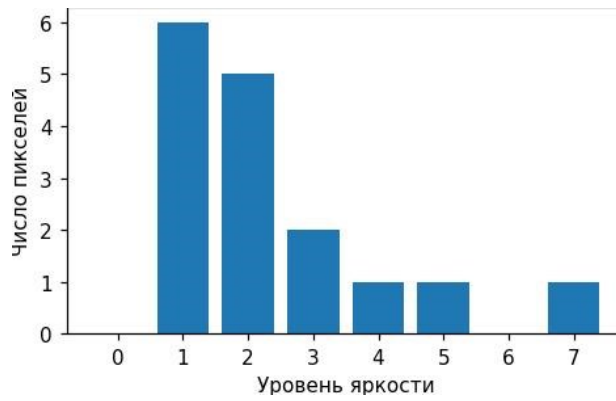


Рисунок 4.10 – Гистограмма изображения

Затем получим функцию распределения вероятности $p_I(x_i)$ по гистограмме $h_I(x_i)$ в соответствии с выражением (4.9)

$$p_I(x_i) = \frac{h_I(x_i)}{4 \times 4} = \frac{h_I(x_i)}{16}.$$

Результат показан на следующем графике.

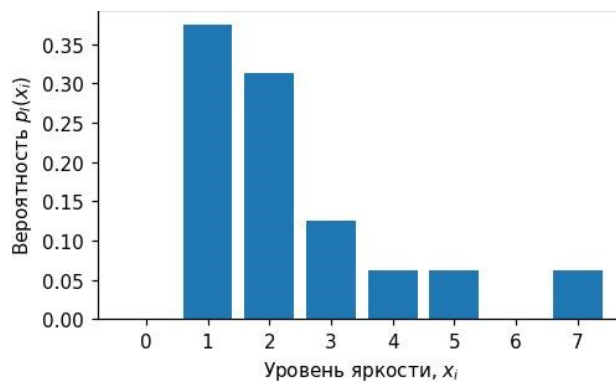


Рисунок 4.11 – Нормированная плотность вероятности

Численно значения $p_I(x_i)$ равны:

[0.0 0.375 0.3125 0.125 0.0625 0.0625 0.0 0.0625]

Построим функцию преобразования в соответствии с (4.14). Результат показан на следующем графике.

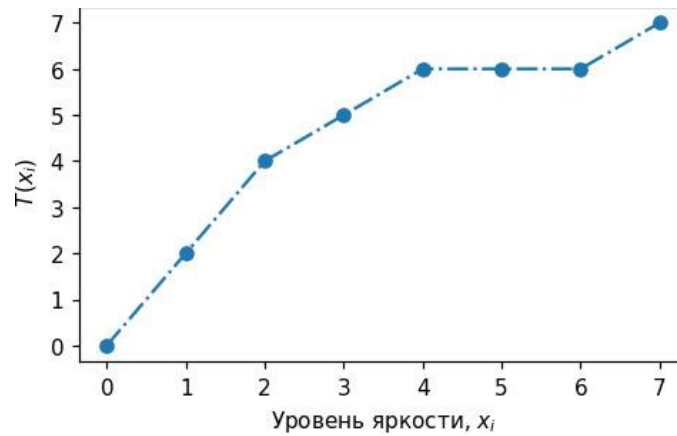


Рисунок 4.12 – Функция преобразования

Воспользуемся функцией $T(x_i)$ для преобразования изображения I (см. рис. 4.9):

$$D[i, j] = T(I[i, j]).$$

В результате получим изображение D :

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & 4 \\ 4 & 6 & 5 & 4 \\ 2 & 6 & 7 & 2 \\ 5 & 4 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

Построим теперь гистограмму изображения D (рис. 4.13)

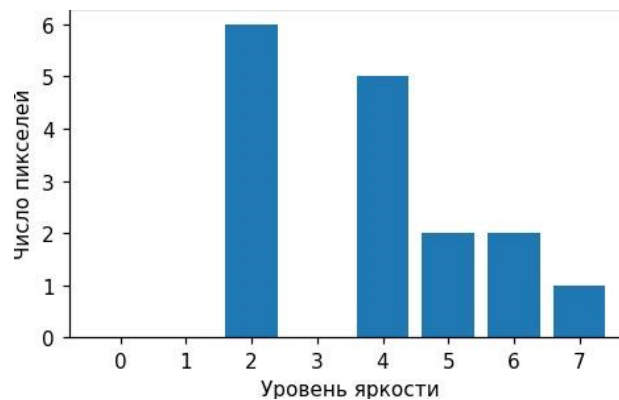


Рисунок 4.13 – Гистограмма изображения

4.2.3 Локальная эквализация гистограммы

Рассмотренный ранее метод гистограммной обработки являлся глобальными, что означало построение функции преобразования на основе анализа распределения яркостей по всему изображению. Хотя такой глобальный подход и пригоден для улучшения в целом, существуют случаи, когда приходится улучшать детали на основе анализа малых областей изображения (рис. 4.14). Связано это с тем, что число пикселей в таких областях мало и не может оказывать замет-

ного влияния на глобальную гистограмму. Решение состоит в разработке функции преобразования, основанной на распределении яркостей по окрестности каждого элемента изображения.

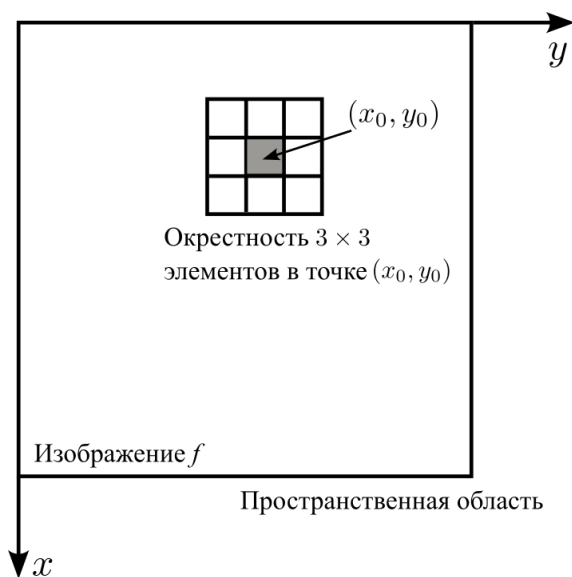


Рисунок 4.14 – Выделение области на изображении для метода локальной эквализации гистограммы

Локальная гистограммная обработка состоит из шагов:

1. Задается окрестность с центром в обрабатываемом элементе и центр этой окрестности передвигается от точки к точке.
2. Для каждого нового положения окрестности подсчитывается гистограмма по входящим в нее точкам и находится функция преобразования эквализации гистограммы (4.14).
3. Выполняется преобразование только центрального элемента окрестности.
4. Центр окрестности перемещается на соседний пиксель, и процедура повторяется.

4.2.4 Гистограммная подгонка

Процедура гистограммной подгонки описана в [6, стр.98-102].

Подгонка гистограммы является по сути развитием метода эквализации гистограммы.

Вернемся опять к рассмотрению непрерывных интенсивностей. В этом случае вместо нормированных гистограмм мы можем рассматривать плотность распределения вероятности исходного изображения $p_I(x)$ и обработанного изображения $p_D(x)$. В случае эквализации гистограммы мы добивались того, чтобы все яркости на изображении были равновероятными, что означает, что $p_D(x) = \text{const}$.

Теперь нам предстоит рассмотреть метод, в котором плотность распределения вероятностей описывается некоторой функцией:

$$p_D(x) = p_t(x),$$

Мы используем букву t от слова *target*, т.е. *целевой*.

Вернемся к уравнению (4.10). Оно получено нами для случая, когда целевое распределение $p_t(x) = 1$ (при условии, что $0 \leq x \leq 1$). Для плотности распределения $p_t(x) = 1$ (кумулятивная) функция распределения равна

$$F_t(x) = \int_0^x p_t(x) dx = \int_0^x 1 dx = x.$$

По этой причине и записывалось выражение (4.10).

В методе гистограммной подгонки предполагается, что $p_t(x)$ может иметь произвольную форму, при соблюдении условия нормировки

$$\int_0^1 p_t(x) dx = 1. \quad (4.15)$$

Пришло время рассмотреть вопрос, когда функция плотности распределения $p_t(x)$ имеет произвольный вид (естественно при условии, что (4.15) выполняется).

Перепишем уравнение (4.10) в следующем виде

$$P(T(I[i, j]) < x) = F_t(x) = \int_0^x p_t(x) dx \quad (4.16)$$

Мы можем переписать $F_t(x)$, используя функцию распределения исходного изображения $F_I(x)$:

$$P(T(I[i, j]) < x) = F_I(T^{-1}(x)) = F_t(x) \quad (4.17)$$

Левую часть (4.17) можно переписать как

$$T^{-1}(x) = F_I^{-1}(F_t(x)). \quad (4.18)$$

Далее от обратной функции T^{-1} перейдем к прямой:

$$T(x) = F_t^{-1}(F_I(x)) \quad (4.19)$$

Рассмотрим задачу гистограммной подгонки монохромного изображения, показанного на рис. 4.15.

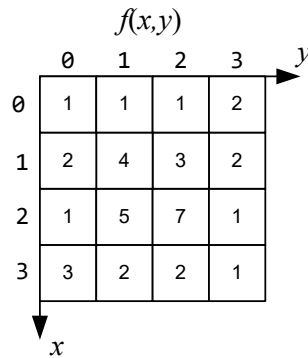


Рисунок 4.15 – Пример изображения (общее значение уровней яркости $L = 8$.)

Целевая форма гистограммы приблизительно описывается гауссовой функцией (рис. 4.16)

$$\hat{p}_t(x) \sim e^{-\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}}, \quad (4.20)$$

где $\mu = 0.625$, $\sigma = 0.125$.

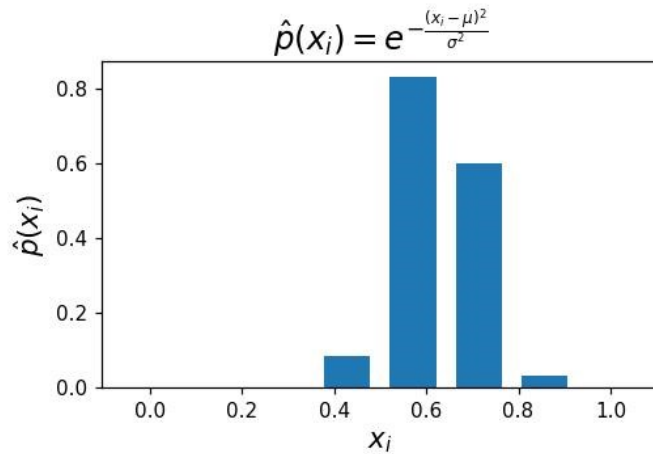


Рисунок 4.16 – Целевая форма плотности распределения вероятности

Обратимся к выражению (4.19), искомая нами функция преобразования $T(x)$ является композицией двух функций F_t^{-1} и F_I . Причем функция $F_I(x)$ уже была найдена в предыдущем примере.

x_i	0	0,142	0,285	0,428	0,571	0,714	0,857	1
$F_I(x_i)$	0	0.375	0.6875	0.8125	0.875	0.9375	0.9375	1
$T(x_i)$	0	2	4	5	6	6	6	7

Поэтому ближайшей целью является построение функции F_t и нахождение обратной функции F_t^{-1} .

Для дискретных нормированных значений яркости x_i рассчитаем целевую форму плотности распределения $\hat{p}_t(x_i)$.

x_i	0	0,142	0,285	0,428	0,571	0,714	0,857	1
$\hat{p}_t(x_i)$	≈ 0	≈ 0	≈ 0	0.08	0.83	0,6	0.03	≈ 0

Получим нормированную функцию распределения

$$p_t(x_i) = \frac{\hat{p}_t(x_i)}{\sum_{i=0}^{L-1} \hat{p}_t(x_i)}. \quad (4.21)$$

На рис. 4.17 показана нормированная функция распределения $p_t(x_i)$

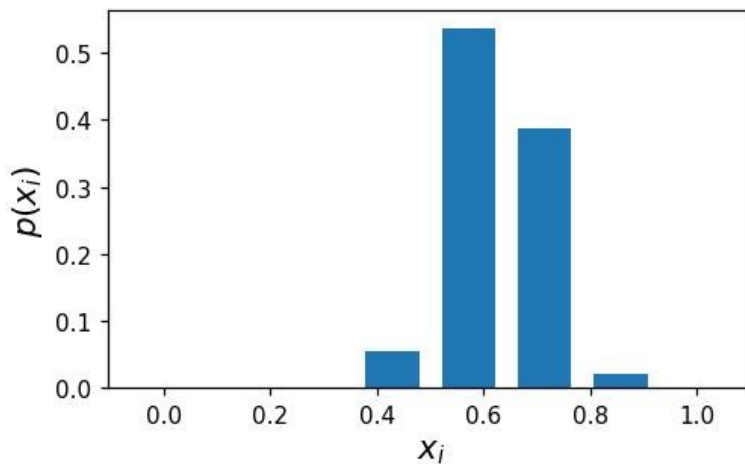


Рисунок 4.17 – Нормированная плотность вероятности

Численно значения $p_t(x_i)$ равны:

x_i	0	0,142	0,285	0,428	0,571	0,714	0,857	1
$p_t(x_i)$	≈ 0	≈ 0	≈ 0	0.05	0.53	0,38	0.02	≈ 0

Построим функцию распределения вероятности $F_t(x_i)$:

x_i	0	0,142	0,285	0,428	0,571	0,714	0,857	1
$F_t(x_i)$	≈ 0	≈ 0	≈ 0	0.05	0.59	0,98	≈ 1	1

Теперь перейдем к денормированным переменным x_i и отмасштабируем $F_t(x_i)$:

$$T_t(x_i) = \lfloor (L - 1)F_t(x_i) \rfloor$$

В результате получим следующую функцию:

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
$T_t(x_i)$	0	0	0	0	4	6	6	7

Функция $T_t(x_i)$ графически показана на рис. 4.18.

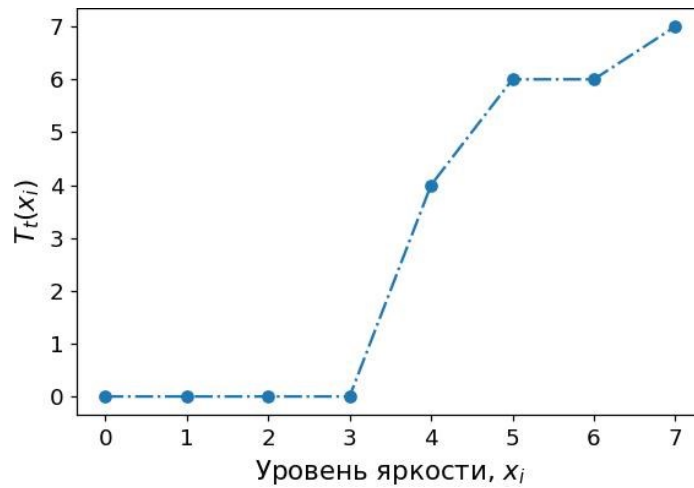


Рисунок 4.18 – Функция $T_t(x_i)$

Запишем теперь обратную функцию $F_t^{-1}(x_i)$ для денормированных переменных это будет означать T_t^{-1}

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
$T_t^{-1}(x_i)$	0	3	3	3	4	4	5	7

И наконец составим композицию функций $F(x_i)$ и $T_t^{-1}(x_i)$

$$T(x_i) = T_t^{-1}(F_I(x_i)).$$

Функция $T(x_i)$ может быть записана в табличном виде:

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
$F_I(x_i)$	0	2	4	5	6	6	6	7
$T_t^{-1}(F(x_i))$	0	3	4	4	5	5	5	7

Вспользуемся функцией $T(x_i)$ для преобразования изображения I :

$$D[i, j] = T(I[i, j]).$$

В результате получим изображение D:

$$\begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 & 5 \\ 4 & 6 & 5 & 4 \\ 2 & 6 & 7 & 2 \\ 5 & 4 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

4.3 Порядок выполнения работы

1) Написать функцию на языке Python для выполнения преобразования яркости в соответствии с вариантом (таблица 4.1).

Таблица 4.1– Варианты для задания 1

Номер варианта	Вид операции
1	Яркостный срез, (см. рис. 1, а)

2	Яркостный срез, (см. рис. 1, б)
3	Пилообразное контрастирование (см. рис. 4.2, а – четыре зубца)
4	Пилообразное контрастирование (см. рис. 4.2, б – один смещенный зубец)
5	Бинаризация изображения (формула (4.3))
6	Растяжение контрастности (формула (4.5))
7	Степенное преобразование яркости (формула (4.6))
8	Степенное преобразование яркости с ограничением входного диапазона (формула (4.7))

2) Загрузить изображение из папки LR3\test-1 в соответствии с номером варианта и обработать функцией из задания 1. Параметры преобразования подберите самостоятельно для достижения наилучшего визуального эффекта.

3) Разработать функцию на языке Python для расчета гистограммы полутонового изображения. Используя разработанную функцию построить гистограммы исходного и обработанного изображения из задания 2.

4) Разработать функцию, реализующую метод обработки изображения на основе его гистограммы, в соответствии с вариантом (таблица 4.2).

Таблица 4.2– Варианты для задания 4

Номер варианта	Вид операции
1-2	Эквализация гистограммы
3	Локальная эквализация гистограммы (размер окрестности 31x31)
4	Локальная эквализация гистограммы (размер окрестности 11x11)
5-8	Гистограммная подгонка

5) Загрузить изображение из папки LR3\test-2 в соответствии с номером варианта и обработать функцией из задания 4. Параметры преобразования подберите самостоятельно для достижения наилучшего визуального эффекта.

6) Оформить отчет в соответствии с СТП 01-2017.

4.4 Дополнительные задания

1) Возьмите в качестве вида целевой гистограммы функцию:

$$h(x_k) = (x_k - 128)^2 \quad (4.22)$$

$x_k = 0, 1, \dots, 255$.

Выполните подгонку гистограммы, чтобы результирующее изображение имело гистограмму вида $h(x_k)$. На результирующем графике приведите: 1) исходное изображение; 2) изображение после подгонки гистограммы; 3) гистограмму исходного изображения; 4) гистограмму изображения после подгонки.